



## WYKORZYSTANIE FUNKCJI DZIAŁANIA W DIAGNOSTYCE PROSTYCH OBROTOWYCH UKŁADÓW MECHANICZNYCH

**Konrad Marszałkowski**

*Politechnika Gdańska*  
*Wydział Inżynierii Mechanicznej i Okrętownictwa*  
*Zakład Siłowni Okrętowych*  
*ul. G. Narutowicza 11/12, 80–233 Gdańsk, tel/fax: (58) 347 22 93*  
*e-mail: [konmarsz@pg.edu.pl](mailto:konmarsz@pg.edu.pl)*

### **Abstrakt**

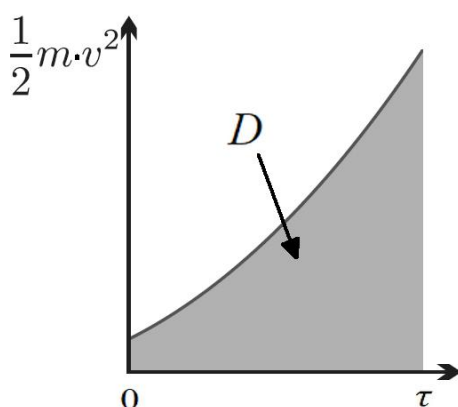
*W artykule przedstawiono możliwość wykorzystania funkcji działania w ujęciu praktycznym. W tym celu przeprowadzono eksperyment czynny, w którym przeprowadzono szereg prób zmęczenia wału napędowego prostego układu mechanicznego, pracującego w warunkach utraty współosiowości. Zastosowana funkcja działania wartościuje generowane dodatkowe procesy towarzyszące obracaniu się wału. Są to tak zwane procesy reszkowe, które ujawniają się w postaci: drgań mechanicznych, wydzielania ciepła i emisji fal sprężystych generowanych w materiale konstrukcyjnym. Rezultatem badań jest opracowany model diagnostyczny trwałości wału napędowego z wykorzystaniem funkcji działania.*

**Słowa kluczowe:** *działanie, funkcja działania, diagnostyka techniczna, obrotowe układy mechaniczne*

### **1. Wprowadzenie**

Działanie jest pojęciem, które może być różnie rozumiane i wobec tego różnie definiowane. W najpowszechniejszym znaczeniu, idąc za słownikiem języka polskiego, działanie oznacza zazwyczaj wykonywanie czynności w określonym celu. Może to być także aktywne dążenie do zmiany czegoś. W odniesieniu do techniki, działanie jest synonimem funkcjonowania bądź pracy jakiegoś obiektu technicznego. Często stosowanym określeniem jest „zasada działania” danego urządzenia lub maszyny np. silnika spalinowego rozumiana jako opis procesów i zjawisk definiujących jego pracę [12, 17]. Mechanika klasyczna opisuje dynamikę zarówno małych układów mechanicznych jak i całego Układu Słonecznego, za pomocą praw sformułowanych pierwszy raz przez Isaaca Newtona pod koniec XVII wieku. Intensywny rozwój metod matematycznych inspirowanych mechaniką Newtona, pozwolił na wypracowanie coraz prostszych i efektywniejszych sposobów rozwiązywania równań opisujących dynamikę układów mechanicznych. Niezwykle ważnym, stosowanym w innych teoriach, schematem pojęciowym okazała się „Zasada stacjonarnego działania” (znana także jako „Zasada najmniejszego działania”) [14]. Współcześnie używane w mechanice klasycznej sformułowanie tej zasady podał po raz pierwszy William Rowan Hamilton w 1834 roku, opierając się na wynikach Fermata, Maupertuisa, Eulera i Lagrange’a [2]. Zasada ta mówi, że dla układu mechanicznego o pewnym określonym stanie początkowym i końcowym (np. początkowe i końcowe położenia cząstki swobodnej)

spośród wszystkich możliwych ruchów przekształcających stan początkowy w końcowy zostanie wybrany ten, dla którego pewna funkcja zwana działaniem jest stacjonarna. Stacjonarność oznacza, że przy niewielkim odchyleniu od wyróżnionej trajektorii ruchu cząstki wartość działania praktycznie się nie zmienia. Taka sytuacja ma miejsce m.in. wtedy, gdy działanie przyjmuje dla tej trajektorii wartość ekstremalną (minimalną lub maksymalną). Ogólna definicja, odwołująca się do analizy matematycznej, znacznie upraszcza się dla cząstki swobodnej o masie  $m$ . W tym przypadku wystarczy rozważyć energię kinetyczną tej cząstki i scałkować tę energię we wszystkich chwilach ruchu, od 0 do  $\tau$ , gdy cząstka przebywa odległość  $d$  – rys.1. Minimalnej wartości działania  $D$  odpowiada w tym przypadku ruch po prostej ze stałą prędkością. Jeśli ruch cząstki nie będzie się odbywał po linii prostej, wówczas tor jej ruchu stanie się dłuższy. Zatem musi poruszać się ona z większą prędkością, a to zwiększa wartość działania.



Rys 1. Interpretacja geometryczna działania cząstki swobodnej

Działanie  $D$  dla cząstki swobodnej odpowiada polu pod krzywą wykresu energii kinetycznej  $\frac{1}{2}mv^2$ . Jeśli cząstka porusza się w polu siły o energii potencjalnej  $V$ , energię kinetyczną należy zastąpić wyrażeniem  $\frac{1}{2}mv^2 - V$ . Wyrażenie to, będące różnicą energii kinetycznej i potencjalnej, nosi nazwę lagranżjanu od nazwiska Josepha Louisa Lagrange'a, natomiast sumę energii kinetycznej i potencjalnej nazywa się hamiltonianem od nazwiska Williama Rowana Hamiltona. Hamiltonian może być więc interpretowany jako całkowita energia układu.

Działanie w aspekcie prostego obrotowego układu mechanicznego należy rozumieć jednoznacznie jako przekazywanie energii  $E$  od źródła (np. tłokowego silnika spalinowego), na sposób pracy (lub ciepła), do odbiornika (np. śruby napędowej, poprzez wał napędowy) w określonym przedziale czasu  $\tau$ . Takie rozumienie działania wynika z tego, że w tego rodzaju układach praca i ciepło to jedyne formy przemiany energii. Interpretowane działanie układu fizycznego, w ujęciu wartościującym, jest wielkością fizyczną o wymiarze iloczynu energii i czasu, a zatem wielkością, która wyrażana jest wartością liczbową z jednostką miary nazwaną dżulosekundą [dżul·sekunda]. Jest ona opisywana następującą zależnością:

$$D(\tau) = \int_0^{\tau} E(\tau) d\tau \quad (1)$$

gdzie:  $D(\tau)$  – działanie układu w czasie  $\tau$ , J·s,

$\tau$  – czas, s,

$E(\tau)$  – energia układu w chwili  $\tau$ , J.

Z racji tego, że działanie określa jak długo może być przekazywana energia w układzie fizycznym i ściśle zależy od jego stanu technicznego można przyjąć, że jest funkcją stanu technicznego i stanu energetycznego tegoż układu [10, 11]. Tak zdefiniowane działanie układu

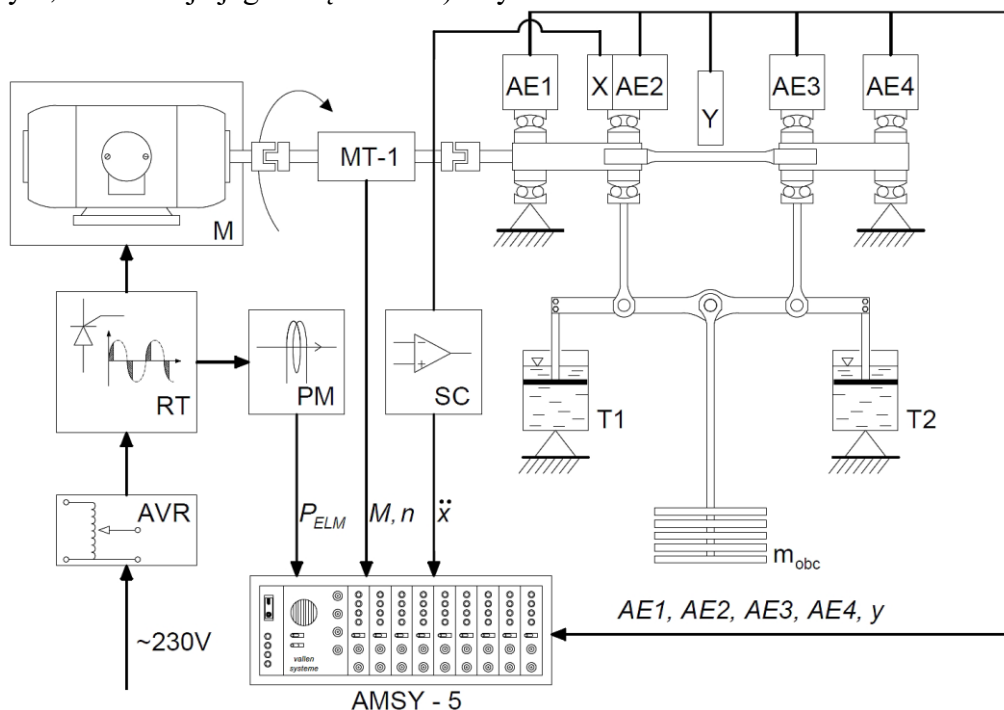
fizycznego, rozpatrywane w aspekcie diagnostycznym, wymaga analizy i oceny zarówno sposobu przekazywania energii  $E$ , jak też czasu  $\tau$  potrzebnego do wykonania danego zadania. Bowiem rozeznanie na temat przydatności danego układu mechanicznego do wykonania zadania daje dopiero łączne rozpatrywanie przetwarzanej energii  $E$  i czasu  $\tau$  jej przetwarzania, czyli wielkość  $D = E \cdot \tau$ , która została uprzednio nazwana działaniem.

Oszacowanie wyłącznie czasu poprawnej pracy układu lub określenie wykonanej przezeń pracy nie daje pełnej informacji diagnostycznej na temat stanu technicznego układu fizycznego – obrotowego układu mechanicznego.

Pogorszeniu stanu technicznego prostego obrotowego układu mechanicznego zawsze towarzyszą resztkowe procesy energetyczne, które ujawniają się w postaci drgań mechanicznych, wydzielania ciepła i emisji zanikających fal sprężystych. Procesy te mogą charakteryzować się różną intensywnością. Stąd określenie wartości granicznych dla zmiennych stanu tych procesów (np. graniczna wartość skuteczna prędkości drgań mechanicznych) może nie być dostatecznym sposobem zapobiegającym np. uszkodzeń łożysk czy pęknięciom zmęczeniowym wału. Biorąc pod uwagę powyższe fakty oraz to, że stan techniczny każdej maszyny z biegiem czasu ulega degradacji – zastosowanie funkcji działania w diagnostyce technicznej układów napędowych można uznać za zasadne. [4, 5, 6, 7, 8, 9].

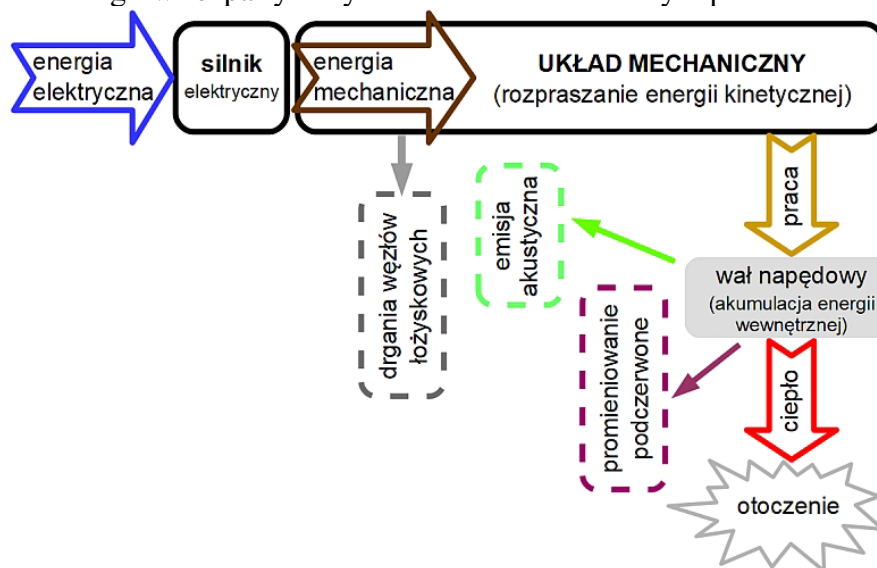
## 2. Model fizyczny prostego obrotowego układu mechanicznego

Celem sprawdzenia przydatności funkcji działania w diagnostyce technicznej przeprowadzono eksperyment czynny z zastosowaniem prostego modelu fizycznego maszyny zmęczeniowej składającej się ze źródła energii mechanicznej, węzłów łożyskowych i wału napędowego pracującego w warunkach utraty współosiowości (wał napędowy jest obciążony w cyklu wahadłowym, co skutkuje jego zmęczeniem) – rys. 2.



Rys. 2. Schemat ideowy stanowiska badawczego wraz z rozmieszczeniem przetworników pomiarowych: M – silnik elektryczny 0,25 kW; MT-1 – momentomierz 1N·m; AE1-AE4 – przetworniki emisji akustycznej; X – przetwornik przyspieszenia drgań; Y – przetwornik ugięcia wału; RT – tyrystorowy regulator prędkości obrotowej; AVR – stabilizator napięcia sieci; PM – przetwornik pomiarowy mocy elektrycznej; SC – kondycjoner sygnału przetwornika przyspieszenia drgań; T1, T2 – tłumiki olejowe;  $m_{obc}$  – masa obciążająca. Rejestrowane sygnały napięciowe: AE1, AE2, AE3, AE4 – emisji akustycznej; y – ugięcia wału; M – momentu obrotowego; n – prędkości obrotowej,  $P_{ELM}$  – mocy elektrycznej pobieranej z sieci przez silnik napędowy, x – przyspieszenia drgań mechanicznych

Przepływ strumieni energii w rozpatrywanym układzie mechanicznym przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Przepływ strumieni energii w modelu fizycznym prostego obrotowego układu mechanicznego

Ze względu na obszerność i złożoność zagadnienia modelowania matematycznego procesów energetycznych rozpatrywanego układu mechanicznego w stanach nieustalonych, w jego modelu fizycznym stanowiącym wstęp do zawężonej analizy zagadnienia zmęczenia wału napędowego posłużono się uproszczonym przepływem sygnałów wejściowych i wyjściowych pomiędzy członami dynamicznymi podczas realizacji badań maszyn w ruchu.

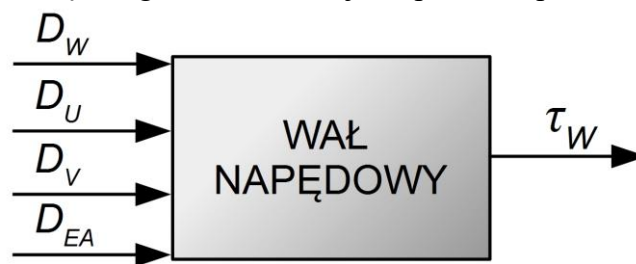
W oparciu o jego analizę opracowano model fizyczny trwałości zmęczenia wału napędowego w prostym obrotowym układzie mechanicznym, który przedstawiono na rys. 4. Opracowanie modelu matematycznego opisującego ten proces w aspekcie energetycznym, z zastosowaniem funkcji działania, wymaga zdefiniowania wielkości wymuszających (wejściowych) zmęczenia wału napędowego w warunkach faktycznie wprowadzonego ugięcia wału, jak również wielkości wyjściowych i zakłócających.

Ustalono, że w modelowanym procesie energetycznym wielkościami wejściowymi (zadawanymi) będą (rys. 4):

- masa obciążająca wał wywołująca niewspółosiowość (i wahadłowy cykl obciążeń) –  $m_{obc}$ , natomiast wielkościami wyjściowymi, charakteryzującymi potencjał źródła energii kinetycznej dla wału i jednocześnie jego zdolności akumulacyjne innych postaci energii,
- działanie układu związane z przemianą energii mechanicznej na sposób pracy wału napędowego w ruchu obrotowym –  $D_w$ . W wyniku realizacji eksperymentu wyznaczono działanie wału napędowego związane z przekształceniem energii mechanicznej i związanym z nim wykonywaniem pracy wału napędowego w ruchu obrotowym. Jednocześnie z wartością przenoszonego momentu obrotowego rejestrowano prędkość obrotową wału. Dzięki temu możliwe było obliczenie wartości chwilowej pracy w ruchu obrotowym, na wymuszanie procesu zmęczenia. Uzyskany przebieg zmienności pracy, będącej formą przemiany tej energii jako funkcji czasu posłużył do wyznaczenia, poprzez scałkowanie działania (1),
- działanie układu związane z generowaniem drgań mechanicznych –  $D_v$ . Działanie wału napędowego związane z generowaniem drgań mechanicznych, obliczono na podstawie zarejestrowanych przebiegów ugięcia geometrycznego środka wału, które poddano różniczkowaniu numerycznemu dla wyznaczenia prędkości drgań poprzecznych. Następnie, wyznaczono wartość skuteczną prędkości drgań (uśrednianie kwadratowe), co jedną sekundę czasu trwania sekwencji pomiarowej planu eksperymentu. Ilość rozpraszanej energii kinetycznej w ruchu obrotowym wału napędowego w formie drgań

poprzecznych jest zawsze funkcją kwadratu wartości skutecznej prędkości tychże drgań [13].

- działanie układu związane z generowaniem fal sprężystych emisji akustycznej –  $D_{EA}$ . Energia mechaniczna (ściślej – kinetyczna) rozpraszana w postaci fal sprężystych emisji akustycznej jest w aparaturze pomiarowej wyrażana w postaci jednostek arbitralnych (tzw. jednostkach [eu];  $1\text{eu} = 0,00000036916\text{ J}$ ), przyjętych przez producenta aparatury pomiarowej [18].
- działanie układu związane z przemianą energii mechanicznej na sposób ciepła –  $D_U$ . Wyznaczenie tego rodzaju działania polegało na analizie jakościowej i ilościowej obrazów termograficznych pracującego wału. Zarchiwizowane w ten sposób (z interwałem 100 s) termogramy posłużyły do wyznaczania chwilowych wartości energii wewnętrznej wydzielonego odcinka wału, której zmiany były rezultatem przemiany energii mechanicznej na sposób ciepła. Ponieważ największy z przyrostów temperatury wału napędowego zarejestrowanych w trakcie trwania wszystkich testów wynosił  $\Delta T = 45\text{ K}$ , przyjęto wartość ciepła właściwego jego materiału konstrukcyjnego jako wartość niezmienną dla każdej sekwencji pomiarowej planu eksperymentu, równą  $c_m = 470\text{ J/kg}\cdot\text{K}$ . Masa wydzielonego odcinka wału wynosiła  $m_p = 0,028\text{ kg}$ . Uzyskany przebieg zmian wartości jego energii wewnętrznej, w czasie trwania próby zmęczeniowej umożliwił, poprzez całkowanie numeryczne, wyznaczenie wartości działania wału napędowego związanego z przemianą energii mechanicznej na sposób ciepła.



Rys. 4. Schemat wału napędowego jako systemu, dla potrzeb badań procesu zmęczenia wału napędowego w obrotowym układzie mechanicznym opracowany w celu wyznaczenia jego trwałości:  $D_W$  – działanie wału napędowego związane z przemianą energii mechanicznej na sposób pracy w ruchu obrotowym,  $D_U$  – działanie wału napędowego związane z przemianą energii mechanicznej na sposób ciepła,  $D_V$  – działanie wału napędowego związane z generowaniem drgań mechanicznych,  $D_{EA}$  – działanie wału napędowego związane z generowaniem fal sprężystych emisji akustycznej,  $\tau_W$  – trwałość zmęczeniowa wału

Do podstawowych wielkości zakłócających przebieg modelowanego procesu zaliczyć należy:

- warunki otoczenia (miejsce użytkowania badanego obiektu fizycznego, parametry otoczenia),
- niejednorodność i anizotropowość materiału konstrukcyjnego wału napędowego,
- stan techniczny węzłów łożyskowych.

Przedmiotowe badania eksperymentalne przeprowadzone były w powtarzalnych warunkach otoczenia gdzie temperatura otoczenia stabilizowana była przez urządzenia klimatyzacyjne (termoregulatory ustawiono na  $21^\circ\text{C}$ ). Zastosowane do badań, znormalizowane wały napędowe wykonywane były ze stali gatunku C45, z tego samego pręta ciągnionego. Po wykonaniu i wypolerowaniu, każdy napędowy wał poddano kontroli i zwymiarowano przy użyciu śruby mikrometrycznej. Każdorazowo po przeprowadzeniu serii badań w ramach eksperymentów pilotażowych, eliminacyjnych i identyfikacyjnych główne węzły łożyskowe były demontowane i poddawane oględzinom. Z racji tego, że zastosowane łożyska były typu wahlowego możliwe było dokładne sprawdzenie całej powierzchni bieżni zewnętrznej łożyska. Obserwacje poprzez szkło powiększające nie wykazały żadnych symptomów zużycia typowych dla łożysk tocznych [19].

Ze względu na wyżej wymienione czynniki uznano, że można przyjąć, iż wpływ wielkości zakłócających jest pomijalnie mały i w dalszych analizach nie będzie uwzględniany [13].

### 3. Analiza wyników badań

Celem badań identyfikacyjnych było znalezienie funkcji matematycznej opisującej trwałość zmęczeniową wału napędowego  $\tau_w$  w zależności od zarejestrowanych wartości wielkości wejściowych, związanych z działaniem obrotowego układu mechanicznego:  $D_W$ ,  $D_V$ ,  $D_{EA}$  i  $D_U$  (rys. 4).

Zgodnie z przyjętym, zdeterminowanym planem eksperymentu oraz wytypowanym dla określonego modelu fizycznego zbiorem zmiennych wejściowych dokonano analizy ich wpływu na osiąganą trwałość zmęczeniową wału napędowego. Wyniki badań procesu zmęczenia mechanicznego materiału wału, po przeprowadzeniu wszystkich sekwencji pomiarowych założonych w planie eksperymentu przedstawiono w tabeli 1.

Tab. 1. Wyniki badań eksperymentalnych procesu zmęczenia mechanicznego wału napędowego

$m_{obc}$ [kg]	$D_W$ [J·s]	$D_U$ [J·s]	$D_V$ [J·s]	$D_{EA}$ [J·s]	$\tau_{WB}$ [s]
30	291346,55	35266340,61	0,0384246985	0,0173357223	8718,2
32	178805,61	21834544,55	0,0230637478	0,0103592349	5348,8
34	176183,58	17743015,47	0,0111995666	0,0099088916	4258,2
36	87072,51	8759567,72	0,0017638663	0,0021168122	2086,2
38	82348,8	7738826,67	0,0014990038	0,0012074342	1828,6
40	61899,53	5942113,49	0,0007773986	0,0014789007	1372,4

Wynik każdej serii pomiarowej składającej się z pięciu powtórzeń jest średnią arytmetyczną wartości działania rozpatrywanego układu mechanicznego oraz jego trwałości zmęczeniowej  $\tau_{WB}$ , wyrażanej w sekundach. Końcowym rezultatem badań eksperymentalnych wykonanych na modelu fizycznym obiektu rzeczywistego (wykonanego w skali) jest funkcja opisująca określająca trwałość wału napędowego, która w ogólnej postaci przedstawia się następująco:

$$\tau_w = f(D_W, D_U, D_V, D_{EA}) \quad (2)$$

Do wyznaczenia parametrów funkcji opisującej zastosowano program komputerowy GRETL szeroko stosowany w ekonometrii [15]. Wbudowane w program algorytmy obliczeniowe pozwalają w szybki sposób opracować modele ekonometryczne, z wykorzystaniem wielu metod aproksymacji danych pomiarowych. Z uwagi na fakt, że program eksperymentu identyfikacyjnego posiadał tylko sześć poziomów zmienności oraz otrzymane wyniki charakteryzują się liniowym przebiegiem, do estymacji parametrów liniowego modelu wykorzystano metodę najmniejszych sumy kwadratów. W wyniku analizy wielu modeli matematycznych przy pomocy programu GRETL wybrano ten, który najlepiej, w sposób statystyczny (o najwyższym współczynniku determinacji  $R^2$ ), opisuje trwałość zmęczeniową wału napędowego poddanego procesowi zmęczenia mechanicznego. Po uwzględnieniu danych pomiarowych zestawionych w tabeli 1. przyjęta funkcja opisująca trwałość zmęczeniową wału napędowego otrzymuje następującą postać:

$$\tau_w = -136,172 - 0,00155504 \cdot D_W + 0,000273696 \cdot D_U - 1116,11 \cdot D_V - 17602,4 \cdot D_{EA} \quad (3)$$

Ocenę stopnia dopasowania modelu do danych empirycznych wyraża współczynnik determinacji, który dla tego modelu wynosi  $R^2 = 0,999998$ . Funkcja  $F$  Fishera–Snedecora dla przyjętego modelu wynosi  $F = 140576,7$ . Natomiast krytyczna wartość współczynnika statystyki dla stopni swobody modelu równych  $f_1 = 4$  i  $f_2 = 1$  wynosi  $F_{kr} = 224,583$  [16]. Ponieważ  $F > F_{kr}$  to statystyka znajduje się w obszarze krytycznym rozkładu. Stwierdza się zatem, że co najmniej jeden z parametrów strukturalnych modelu trwałości wału istotnie różni się od zera, a co za tym idzie, co najmniej jedna zmienna objaśniająca nieistotnie wpływa na zmienną objaśnianą  $\tau_w$ .

#### 4. Podsumowanie

Do opracowania modelu opisującego trwałość zmęczeniową wału napędowego w prostych obrotowych układach mechanicznych wykorzystano funkcję działania, wyznaczaną na podstawie obserwowanych parametrów energetycznych –  $D_w$ ,  $D_v$ ,  $D_{EA}$  i  $D_U$ . Zastosowanie działania do celów diagnostyki technicznej pozwoliło w sposób bardzo skuteczny uniezależnić się od wpływu rozrzutu liczby cykli charakteryzujących próby zmęczeniowe, bowiem wynik każdej próby opisano nie tylko jako czas jej trwania (określona liczba cykli) lub jako ilość wykonanej pracy, lecz właśnie jako ich iloczyn. Takie podejście do zagadnienia trwałości stanowi niewątpliwie ułatwienie przy opracowywaniu modeli diagnostycznych maszyn pracujących w zmiennym zakresie obciążeń. Zaproponowany model trwałości wału napędowego opracowany jest w oparciu o badania na stanowisku laboratoryjnym wykonanym w skali i nie odnosi się do obiektów rzeczywistych. Nie mniej jednak, może służyć jako model diagnostyczny dla prostych układów mechanicznych posiadających pewne podobieństwa geometryczne takie jak długość wału, średnicę, odległość między podporami łożyskowymi.

#### Literatura

1. Blata J., Juraszek J. (2013). Metody diagnostyki technicznej, teoria i praktyka. Ostrava. VŠB –Technická Univerzita Ostrava.
2. Domaciuk D. (2008). Zasady wariacyjne a ich teleologiczna interpretacja. Zagadnienia Filozoficzne w Nauce nr 42.
3. Dwojak J., Rzepiela M. (2005). Diagnostyka drganiowa stanu maszyn i urządzeń. Warszawa. Biuro Gamma.
4. Girtler J. (2001). Metoda identyfikacji stanu technicznego urządzeń na podstawie oceny ich działania. Diagnostyka nr 25/2001. Warszawa. Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej.
5. Girtler J. (2008a). Energetyczny aspekt diagnostyki maszyn. Diagnostyka nr 1(45)/2008. Warszawa. Polskie Towarzystwo Diagnostyki Technicznej.
6. Girtler J. (2008b). Conception of valuation of combustion engine operation. Journal of KONES Powertrain and Transport, Vol. 15, No. 2.
7. Girtler J. (2009a). Energy-based aspect of operation of diesel engine. Combustion Engines No. 2/2009 (137).
8. Girtler J. (2009b). Possibility of valuation of operation of marine diesel engines. Journal of Polish CIMAC. Vol. 4 No 1.
9. Girtler J. (2011). Possibility of defining theoretical operation for diesel engines in energy terms possibility of determining diesel engine theoretical operation in energy approach. Combustion Engines No. 1/2011 (144).

10. Girtler J. (2013). Metoda oceny działania maszyn z zastosowaniem diagnostyki technicznej. Rozdział 4, str 101-127, monografii pt. Badanie i wnioskowanie diagnostyczne. Wybrane zagadnienia. Warszawa, Wydawnictwo Wojskowej Akademii Technicznej.
11. Girtler J. (2015). Problemy racjonalnego zastosowania systemów diagnozujących do podejmowania decyzji w fazie eksploatacji urządzeń energetycznych z uwzględnieniem zagadnień kwantowych. Rozdział 5, str.91-123, monografii pt. Wybrane zagadnienia diagnozowania i użytkowania urządzeń i systemów. Warszawa, Wydawnictwo Wojskowej Akademii Technicznej.
12. <https://encyklopedia.pwn.pl/szukaj/dzia%C5%82anie.html> – działanie definicja, internetowa encyklopedia PWN (dostęp 12.12.2022)
13. Korczewski Z., Marszałkowski K. (2016). Physical model of energy-related processes in a rotating mechanical system for the purposes of diagnosis of transmission shafts. Gdańsk. Journal of Polish CIMEEAC, Vol. 11, No. 1.
14. Królikowski W., Rubinowicz W. (2012). Mechanika teoretyczna. Warszawa. Wydawnictwo Naukowe PWN.
15. Kufel. T. (2013). Ekonometria Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu GRETL. Warszawa. Wydawnictwo Naukowe PWN.
16. Osińska M. (2007). Ekonometria współczesna. Toruń. Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa „Dom Organizatora”.
17. Szymczak M. red. (1978). Słownik języka polskiego. Warszawa. Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
18. VALLEN Systeme GmbH (2011). AMSY-5 System Specification.
19. Włodarski J.K. (1998). Eksploatacja maszyn okrętowych. Gdynia. Wydawnictwo Uczelniane WSM Gdynia.